Министерство образования Оренбургской области

Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение «Оренбургский аграрный колледж»

Рассмотрено	Согласовано
на заседании ПЦК ОМЕНД	Зам. директора по УР
протокол №_______	_______ Н.Н.Приходкова
от «__»__________2016г	«__»_________2016г.
председатель ПЦК	
_________О.А.Приходкова	

Фонд оценочных средств

по учебной дисциплине Е.Н.01 «Математика»

Для студентов очной формы обучения

Специальности 23.02.01«Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта»

П.Покровка, 2016г.

Фонд оценочных средств (далее - ФОС) по учебной дисциплине

ЕН.01 «МАТЕМАТИКА»

Цикла общих математических и естественнонаучных дисциплин разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) среднего профессионального образования (далее - СПО)по специальности: 23.02.03 «Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта», предназначен для контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины ЕН.01 «МАТЕМАТИКА»

Организация-разработчик: ГАПОУ «Оренбургский аграрный колледж»

Разработчик: Султангереева Л.Г.

Паспорт

Фонд оценочных средств

по учебной дисциплине «Математика»

Специальность: 23.02.01 «Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта»

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения теоретических и практических занятий, тестирования, а также выполнения студентами индивидуальных заданий, проектов, исследований.

Обучающийся должен

В результате освоения учебной дисциплины студент должен **уметь:**
-решать обыкновенные дифференциальные уравнения;
знать:
-основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теориивероятностей и математической статистики;
-основные численные методы решения прикладных задач.

Содержание программы структурировано на основе компетентностного подхода. В соответствии с этим у обучающихся развивается и совершенствуется общие компетенции:
-ОК1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
-ОК2. Организовывать собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
-ОК3. Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.
-ОК4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
-ОК5. Использовать информационно-коммуникативные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.
-ОК6. Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
-ОК7. Составить цели, мотивировать деятельность подчиненных, организовывать и контролировать их работу с принятием на себя ответственности за результат выполнения заданий.
-ОК8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

-ОК9. Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности.

Старший техник должен обладать профессиональными компетенциями, соответствующими основным вида профессиональной деятельности:

ПК 1.1. Организовывать и проводить работы по техническому обслуживанию и ремонту
автотранспорта.
ПК 1.2. Осуществлять технический контроль при хранении, эксплуатации, техническом
обслуживании и ремонте автотранспорта.
ПК 1.3. Разрабатывать технологические процессы ремонта узлов и деталей.
ПК 2.2. Контролировать и оценивать качество работы исполнителей работ.

Таблица 1

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины*	Вид контроля			
		Входной контроль	Текущий контроль	Рубежный контроль	Итоговый контроль
1	***Раздел1.Основные понятия и методы математического анализа***	Самостоят. работа			
2	**Тема 1. 1** Основы дифференциального исчисления		Проверочная работа		
3	Исследование функций методами дифференциального исчисления.			Самост.работа	
4	**Тема 1.2 Основы интегрального исчисления.** Вычисление неопределенного интеграла		Самост.работа		
5	Вычисление определенного интеграла.		Самост.работа		
6	Определенный интеграл и его свойства. Методы вычисления определенных			Самост.работа	

	интегралов.				
7	**Раздел 2. Основные понятия и методы дискретной математики.** Приближенные числа и действия с ними.			Самостоятельная работа	
8	**Тема2.2 Численные решения обыкновенных дифференциальных уравнений**		Самостоятельная работа		
9	**Раздел 3 Основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики**		Самостоятельная работа		
10	**Тема 3.1.Элементы теории вероятностей** Формулы комбинаторики. Понятие о независимости событий.			Самостоятельная работа	
11	**Тема 3.2 Элементы математической статистики** Понятие о задачах математической		Самостоятельная работа		

	статистики.				
12	Дифференцированный зачет				Контрольная работа

Входной контроль по математике II курс

Тест состоит из трех частей:

- частьA содержит 7 заданий;

- частьB содержит 5 задания;

- частьC содержит 2задания

При решении части А студент должен выбрать один из четырех ответов, при решении части В студент должен записать краткий ответ, при решении части С студент должен записать полное решение и записать ответ.

Для решения любого теста достаточно одного урока(45 мин).

Рекомендуемый критерий оценивания:

за верное решение каждого задания частиA- 1балл;

за верное решение каждого задания частиB- 2 балла;

за верное решение каждого задания частиC- 3 балла.

Рекомендации по оцениванию теста

Первичный балл за работу	Менее 5	5-6	6-7	8-10
Отметка по 5-бальной шкале	2	3	4	5

- тест, содержащий вопросы по основным темам, необходимым для качественного усвоения курса математики, студентами 1 курса.

Баллы	**Критерий оценивания выполнения задания С1**
3	При верном решении обоснованно получен верный ответ
2	При верном решении получен верный ответ, но в ответе отсутствуют единицы измерений или они указаны неверно.
1	При верном ходе решения допущена одна вычислительная ошибка или описка, в результате чего был получен неверный ответ.
0	Решение неверно или отсутствует

Вариант1.

А1. Вычислите $\cos^2 15° - \sin^2 15°$

1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

А2.Упростите выражение: $\sin 3\alpha \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cos 3\alpha - \cos(2\pi - \alpha)$

1) $\sin 5\alpha + \cos\alpha$ 2) $\sin\alpha + \cos\alpha$ 3) $\sin 5\alpha - \cos\alpha$ 4) $\sin\alpha - \cos\alpha$

А3. Решите уравнение $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

1) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n$, n Є Z 2) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$, n Є Z 3) $\frac{\pi}{3} + \pi n$, n Є Z 4) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, n Є Z.

А4. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции $y = -\frac{4}{x}$ в его точке с абсциссой $x_0 = -2$.

1) 1 2) 2 3) 0 4) – 1.

А5. Найдите область значений функции $f(x) = -5 \cos x$.

1) [-1;1], 2) [1;5], 3)[-5;1] , 4) [-5; 5] .

А6. Решите уравнение $2\cos x - \sin 2x = 0$.

1) $\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, n Є Z. 2) $2\pi n$, n Є Z. 3) $\pm \frac{\pi}{2} + \frac{\pi n}{2}$, n Є Z. 4) $\frac{\pi}{2} + \pi n$, n Є Z.

А7. Решите уравнение $\sin(\pi - x) - \cos(\frac{\pi}{2} + x) = \sqrt{3}$

1) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n$, n Є Z. 2) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$, n Є Z. 3) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, n Є Z. 4) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, n Є Z.

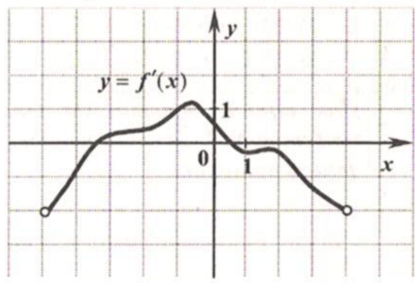
В1. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 1$ в его точке с абсциссой $x_0 = 1$. В ответе укажите координату по оси ординат точки с абсциссой равной – 5,5

В2. При движении тела по прямой расстояние S (в метрах) от начальной точки движения изменяется по закону $S(\boldsymbol{t}) = 0{,}5\,\boldsymbol{t}^2 - 4\,\boldsymbol{t} + 6$ (***t*** – время движения в секундах). Через сколько секунд тело остановиться?

B3. Найдите значение выражения 2 $\sin^2\alpha$ + 6 $\cos^2\alpha$, если $\sin\alpha$ = - 0,2

B4. Найдите наименьшее значение функции y = 2x + $\frac{1}{x^2}$ на отрезке [$\frac{1}{2}$;3].

B5. На рисунке изображён график производной функции y = f(x). Найдите число точек минимума этой функции.



C1. Найдите сумму корней уравнения 3sin x - sin 2x = 0 на промежутке (-5π; 3π).

C2. Решите уравнение sin2x + 1 = $\sin^2$x + 6ctgx.

Вариант2.

A1.Вычислите: $\frac{6\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ}{2\cos^2 15^\circ - 1}$

1) 3$\sqrt{3}$ 2) $\sqrt{3}$ 3) 1,5$\sqrt{2}$ 4) 0.

A2. Найдите значение выражения 3$\cos^2$x + 2, если $\sin^2$x = 0,8.

1) 3,08 2) 7,4 3) 1,6 4) 2,6

A3. Решите уравнение sin 2x = $\frac{1}{2}$.

1) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}$, n Є Z. 2) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{12} + \pi n$, n Є Z. 3) $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}$, n Є Z. 4) $\pm\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}$, n Є Z.

A4. Найдите область значений функции у = 7 + cos*x*.

1) [-1;1], 2) [-7;7], 3)[0;7] , 4) [6; 8].

A5. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции у = $-\frac{4}{x}$ в его точке с абсциссой x_0 = - 2.

1) 1 2) 2 3) 0 4) – 1.

A6. Решите уравнение 2cosx – sin2x = 0.

1) $\pm\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, n Є Z. 2) $2\pi n$, n Є Z. 3) $\pm\frac{\pi}{2} + \frac{\pi n}{2}$, n Є Z. 4) $\frac{\pi}{2} + \pi n$, n Є Z.

A7. Решите уравнение cos(π+ x) = sin $\frac{\pi}{2}$

1) $\pm\frac{\pi}{4} + \pi n$, *n* Є Z . 2) $2\pi n$, n Є Z. 3) π + 2πn, n Є Z. 4) $\frac{\pi}{2}$ + πn, n Є Z.

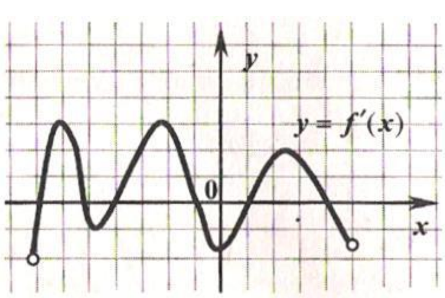
B1. Найдите значение выражения 2 $\sin^2\alpha$ + 6 $\cos^2\alpha$, если sin*α* = - 0,2

B2. Составьте уравнение касательной к графику функции f(x) = 2 – x^2 в его точке с абсциссой x_0 = -3. В ответе укажите координату по оси ординат точки с абсциссой равной – 2,5

B3. При движении тела по прямой расстояние S(в метрах) от начальной точки движения изменяется по закону S(t) = t^3 /3 –t^2 + t - 1 (t - время движения в секундах). Найдите скорость (м/с) тела через 4 секунды после начала движения.

B4 . Решите неравенство f'(x) ≥ 0, если f(x) = 12x – x^3. В ответе укажите число целых решений этого неравенства.

B5. На рисунке изображён график производной функции у = f(x). В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ox.



C1. Найдите сумму корней уравнения 3sin x - sin 2x = 0 на промежутке (-5π; 3π).

C2. Решите уравнение sin2x + 1 = $\sin^2$x + 6ctgx.

Проверочная работа по теме «Основы дифференциального исчисления»

Вариант 1

1. Что называется дифференциалом функции и как он обозначается?
2. Назвать свойства дифференциала.
3. Какой числовой ряд называется сходящимся и какой ряд называется расходящимся?
4. Что называют геометрическим рядом? Признак сходимости геометрического ряда.
5. Признаки Даламбера и Коши о сходимости и расходимости рядов.
6. Какое дифференциальное уравнение называют обыкновенным?
7. Что называют решением дифференциального уравнения?
8. Решите уравнение: $y'' + 6y' + 9y = 0$
9. Решите уравнение: $y'' + 2y' + 5y = 0$
10. Найти общее решение уравнения: $x(1+y)^2 = ydy$
11. Тело движется по оси x из точки M(4;0) со скоростью **v = 2x+3x²**. Найти закон движения тела.

Вариант 2

1. В чем заключается геометрический смысл дифференциала функции?
2. Что называют числовым рядом, привести пример.

3. Какой ряд называется гармоническим? Сходится он или расходится?
4. Необходимый и достаточный признаки сходимости рядов.
5. Что называют дифференциальным уравнением первого порядка?
6. Что называют порядком дифференциального уравнения?
7. Решите уравнение: $y'' + y' - 6y = 0$
8. Решите уравнение: $У''- 6y' + 13 = 0$
9. Найти общее решение уравнения: $x^2dx = 3y^2dy$
10. Тело движется по оси x из точки М(2;0) со скоростью **v = 2x-6x²**. Найти закон движения тела.
11. Найти уравнение кривой, проходящей через точку М(2;-3), и имеющей касательную с угловым коэффициентом $k=2x-3x^2$

Самостоятельна работа по теме «**Вычисление неопределенного интеграла**»

Вариант 1. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(x^{\frac{3}{4}} + 13^{-x} - \frac{3}{2}\right)dx$ 2). $\int\frac{\cos 2x}{\sqrt{2}\cos x - 1}dx$

3). $\int\frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{4x}}}dx$ 4). $\int x3^x dx$

5). $\int\frac{x-2}{x(x+1)(x-3)}dx$ 6). $\int\frac{x^3dx}{(9-x^2)\sqrt{9-x^2}}$

Вариант 2. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int(tg2x + 3ctgx)dx$ 2). $\int\frac{sin^2 x - 5x}{x\,sin^2 x}dx$

3). $\int x^2\sqrt{x^3+4}dx$ 4). $\int x^2 \sin 3x dx$

5). $\int\frac{2x+1}{x^2-2x+1}dx$ 6). $\int\frac{dx}{1+\sin x}$

Вариант 3. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}$ 2). $\int\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\sqrt{x\sqrt{x}}dx$

3). $\int\frac{\cos x}{\sin^4 x}dx$ 4). $\int x\cos 5x dx$

5). $\int\frac{dx}{x^4+x^2}$ 6). $\int\frac{dx}{3\sin x + 4\cos x + 5}$

Вариант 4. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(\frac{3}{\sqrt{5-x^2}} + \frac{7}{\sqrt{6+x^2}}\right)dx$ 2). $\int\frac{12^x + 15^x}{6^x}dx$

3). $\int\frac{x}{\sqrt[3]{x^2+2}}dx$ 4). $\int x\arccos x dx$

5). $\int\frac{dx}{(x^2+2)(x-1)^2}$ 6). $\int\frac{\cos^3 x dx}{\sin^3 x}$

Вариант 5. Вычислить неопределенные интегралы.

Вариант 6. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(\sqrt[5]{x^2}+10^{-x}-\frac{8}{11}\right)dx$

2). $\int\frac{\sqrt{x^{-2}+x^2+2}}{x^3}dx$

3). $\int\frac{3^{ctgx}}{\sin^2 x}dx$

4). $\int\frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}}dx$

5). $\int\frac{dx}{1-x^3}$

6). $\int\frac{dx}{x\sqrt{x^2-16}}$

Вариант 7. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(\frac{15}{\sqrt{2-x^2}}+\frac{4}{\sqrt{x^2-3}}\right)dx$

2). $\int\frac{\sin^2 x}{1-\cos x}dx$

3). $\int\frac{x^3}{x^3-9}dx$

4). $\int\frac{arctgx}{x^2}dx$

5). $\int\frac{1-3x}{6x^2+x^4}dx$

6). $\int\frac{dx}{4-5\cos x}$

Вариант 9. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(\frac{2}{\sqrt{4-x^2}}+\frac{2}{2+x^2}\right)dx$

2). $\int\frac{3\cdot 2^x-2\cdot 3^x}{2^x}dx$

3). $\int\frac{dx}{(\arcsin x)^3\sqrt{1-x^2}}$

4). $\int x^3e^{-x}dx$

5). $\int\frac{dx}{x^3+4x}$

6). $\int\frac{\sqrt[3]{x}}{x+\sqrt{x}}dx$

Вариант 11. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\frac{dx}{\sqrt{4-9x}}$

2). $\int\frac{\cos 2x}{2\cos x+\sqrt{2}}dx$

3). $\int\frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$

4). $\int\left(x^2+3x+2\right)\ln x dx$

1). $\int\left(10^{\frac{x}{3}}-\sin 3x\right)dx$

2). $\int\frac{\sqrt{3x}\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x}}dx$

3). $\int\frac{2^x}{1+2^{2x}}dx$

4). $\int\left(x^2-1\right)\cos 2x dx$

5). $\int\frac{2x-3}{(x-2)^2(x-1)}dx$

6). $\int\frac{x^2dx}{\sqrt{4+x^2}}$

Вариант 8. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(2x^{-2}+7^{2x}-\frac{3}{2}\right)dx$

2). $\int\frac{2x^2-2-3\sqrt{1-x^2}}{1-x^2}dx$

3). $\int\frac{dx}{x\ln^4 x}$

4). $\int x\ln(3x+2)dx$

5). $\int\frac{x^2+4}{x^2+3x+2}dx$

6). $\int\frac{dx}{x\sqrt[3]{x^2+1}}$

Вариант 10. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(3x^{-2}+13-\frac{7}{x}\right)dx$

2). $\int\frac{2x+3\cos^2 x}{x\cos^2 x}dx$

3). $\int\frac{\sin 2x}{\sqrt{3+\sin^4 x}}dx$

4). $\int arctg\sqrt{7x-1}dx$

5). $\int\frac{dx}{x(x^2-4)}$

6). $\int\frac{dx}{3+\cos x}$

Вариант 12. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(\frac{1}{\sqrt{5-x^2}}+\frac{13}{5+x^2}\right)dx$

2). $\int\frac{(2x-1)(x^2+2)}{3\sqrt{x}}dx$

3). $\int\frac{5x}{x^2+1}dx$

4). $\int(x-3)5^x dx$

5). $\int \frac{dx}{x^4-16}$

6). $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x-1-\sqrt[3]{x-1}}dx$

5). $\int \frac{4x-3}{(5+x^2)x}dx$

6). $\int \frac{dx}{x^4\sqrt{x^2+4}}$

Вариант 13. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int \left(3x^5+3e^{-3x}-\frac{3}{x}\right)dx$

2). $\int \frac{1-27x^3}{3x-1}dx$

2). $\int e^{-(2x^2+3)}x\,dx$

4). $\int x^3e^{2x}dx$

5). $\int \frac{x\,dx}{x^3+2x}$

6). $\int \frac{dx}{5+3\cos x}$

Вариант 15. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x}}$

2). $\int \frac{\sin^2 x+5\cos^2 x}{\sin^2 2x}dx$

3). $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{5+x^6}}$

4). $\int (2x+3)e^{4x}dx$

5). $\int \frac{x+1}{x(x+2)(x-3)}dx$

6). $\int \sin^2 x\cos^3 x\,dx$

Вариант 17. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int \left(9x^3-2e^{-5x}-\frac{7}{2}\right)dx$

2). $\int \cos^2\frac{x}{2}dx$

3). $\int \frac{\sin x\,dx}{3\cos^2 x+2}$

4). $\int \ln(x^2+4)dx$

5). $\int \frac{x-6}{x^2-2x}dx$

6). $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1-2x}+\sqrt{1-2x}}$

Вариант 19. Вычислить неопределенные интегралы.

1).

2). $\int \sin 2x\cos x\,dx$

Вариант 14. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int \left(\frac{3}{\cos^2 2x}+\frac{2}{\sin^2\frac{x}{3}}\right)dx$

2). $\int \frac{\sqrt{4x^{-2}+x^2+4}}{x^4}dx$

3). $\int \frac{(x+\cos x)dx}{x^2+2\sin x}$

4). $\int x\ln^2 x\,dx$

5). $\int \frac{x^5-2x}{(x^2+3)(x-4)}dx$

6). $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$

Вариант 16. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int \left(\frac{3}{\sqrt{3-x^2}}+\frac{41}{3+x^2}\right)dx$

2). $\int (\sin x-\cos x)^2dx$

3). $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}dx$

4). $\int x\,\mathrm{arcctg}(1-x)dx$

5). $\int \frac{x^4dx}{1+x^3}$

6). $\int \frac{dx}{2+\sin x+3\cos x}$

Вариант 18. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int \left(\frac{5}{\sqrt{6-x^2}}+\frac{6}{\sqrt{x^2-5}}\right)dx$

2). $\int \frac{\sin^2 x-9\cos^2 x}{\sin x+3\cos x}dx$

3). $\int \frac{dx}{x(\ln x+2)}$

4). $\int \frac{\ln x}{x^2}dx$

5). $\int \frac{5x+1}{x^3+5x^2+6x}dx$

6). $\int \frac{\sin^4 x\,dx}{\cos^2 x}$

Вариант 20. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int \left(\frac{1}{8-x^2}+\frac{3}{\sqrt{3+x^2}}\right)dx$

2).

$$\int\left(7\sqrt{x}-18e^{-7x}-\frac{3}{19}\right)dx$$

$$\int\frac{\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}}dx$$

3). $\int\frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}dx$ 4). $\int(1-2x)\cos\frac{x}{2}dx$ 3). $\int\frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2}}dx$ 4). $\int(3x-7)2^x dx$

5). $\int\frac{x^4-2x^3+3x+4}{1+x^3}dx$ 6). $\int\frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2}dx$ 5). $\int\frac{2x-3}{x^3-x}dx$ 6). $\int\frac{dx}{3\sin x+4\cos x}$

Вариант 21. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(5x^3+e^{-3x}-\frac{3}{2\sqrt{x^3}}\right)dx$ 2). $\int\cos 6x\cdot\cos 2x\,dx$

3). $\int\frac{tg(x+1)dx}{\cos^2(x+1)}$ 4). $\int x^2e^{3x}dx$

5). $\int\frac{x^3+1}{x^2-x}dx$ 6). $\int\frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$

Вариант 22. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(\sqrt{\frac{11}{5-x^2}}+\frac{2}{9+x^2}\right)dx$ 2). $\int(1+\sin x)^2dx$

3). $\int\frac{xdx}{x^2+4}$ 4). $\int x^2\cos 4x\,dx$

5). $\int\frac{x^3-17}{x^2-4x+3}dx$ 6). $\int\frac{x^2dx}{\sqrt{4-x^2}}$

Вариант 23. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\frac{9dx}{\sqrt{4-3x}}$ 2). $\int\frac{1-7\sin^3 x}{\sin^2 x}dx$

3). $\int e^{\sin x}\cos x\,dx$ 4). $\int\left(\frac{2x}{7}+1\right)\cos 3x\,dx$

5). $\int\frac{2x^3+5}{x^2-x-2}dx$ 6). $\int\frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+1}}$

Вариант 24. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(\sqrt[3]{x^2}-10^{-10x}-\frac{1}{10}\right)dx$ 2). $\int\frac{(x-1)^2}{\sqrt[3]{x}}dx$

3). $\int\frac{\sin x\,dx}{\sqrt{1+2\cos x}}$ 4). $\int x\cdot\ln(2x-1)dx$

5). $\int\frac{2x^3-1}{x^2+x-6}dx$ 6). $\int\frac{\sin x\,dx}{1+\sin x}$

Вариант 25. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\frac{3dx}{\sqrt[3]{1+x}}$ 2). $\int\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{x}dx$

3). $\int\frac{x^4dx}{(x^5+2)^2}$ 4). $\int(x+1)\ln^2(x+1)dx$

5). $\int\frac{x^3-6x^2+11x-10}{(x+2)(x-2)^3}dx$ 6). $\int tg^4x\,dx$

Вариант 26. Вычислить неопределенные интегралы.

1). $\int\left(\frac{5}{\sqrt{2-x^2}}+\frac{4}{\sqrt{x^2-9}}\right)dx$ 2). $\int(1+\cos 4x)^2dx$

3). $\int\frac{e^xdx}{e^{2x}+1}$ 4). $\int x^{\frac{7}{4}}\ln x\,dx$

5). $\int\frac{x^3+6x^2+14x+10}{(x+1)(x+2)^3}dx$ 6). $\int\frac{\sin^3 x\,dx}{\sqrt[4]{\cos x}}$

Рубежный контроль по теме:

«Определенный интеграл и его свойства. Методы вычисления определенных интегралов»

ЗАДАНИЕ 1. Вычислить интегралы:

1.
1) $\int_{0}^{4} \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$;
2) $\int_{0}^{1} x^2 e^x \, dx$.

2.
1) $\int_{3}^{29} \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2}+3} \, dx$;
2) $\int_{0}^{e-1} \ln(x+1) \, dx$.

3.
1) $\int_{3}^{8} \frac{x \, dx}{\sqrt{1+x}}$;
2) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x \, dx$.

4.
1) $\int_{-1}^{0} \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$;
2) $\int_{1}^{3} x \ln x \, dx$.

5.
1) $\int_{1}^{5} \frac{\sqrt{x-1}}{x} \, dx$;
2) $\int_{0}^{\sqrt{3}} x \cdot \operatorname{arctg} x \, dx$.

6.
1) $\int_{1}^{4} \frac{x \, dx}{\sqrt{2+4x}}$;
2) $\int_{0}^{2\pi} x^2 \cos x \, dx$.

7.
1) $\int_{1}^{4} \frac{1+\sqrt{x}}{x^2} \, dx$;
2) $\int_{0}^{1} x e^{-x} \, dx$.

8.
1) $\int_{1}^{9} x \cdot \sqrt[3]{1-x} \, dx$;
2) $\int_{0}^{\pi} x \cdot \sin x \, dx$.

9.
1) $\int_{4}^{9} \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} \, dx$;
2) $\int_{\pi}^{0} x \cdot \cos x \, dx$.

10.
1) $\int_{3}^{8} \frac{x \, dx}{\sqrt{x+1}}$;

11.
1) $\int_{0}^{5} x\sqrt{x+4} \, dx$;
2) $\int_{0}^{1} \ln(x+5) \, dx$.

12.
1) $\int_{1}^{6} \frac{x}{\sqrt{x+3}} \, dx$;

2) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\cdot\cos x\,dx$.

2) $\int\limits_0^1 x\,e^{-x}\,dx$.

13. 1) $\int\limits_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\,dx$; 2) $\int\limits_0^3 \ln(x+3)\,dx$.

14. 1) $\int\limits_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}+1}$; 2) $\int\limits_1^e \ln x\,dx$.

15. 1) $\int\limits_3^8 \frac{x\,dx}{\sqrt{1+x}}$; 2) $\int\limits_1^2 x\ln(x+1)\,dx$.

16. 1) $\int\limits_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x}\,dx$; 2) $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x\,dx$.

17. 1) $\int\limits_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; 2) $\int\limits_0^1 x^2 e^x\,dx$.

18. 1) $\int\limits_3^{29} \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2}+3}\,dx$; 2) $\int\limits_0^{e-1} \ln(x+1)\,dx$.

19. 1) $\int\limits_3^8 \frac{x\,dx}{\sqrt{1+x}}$; 2) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\cdot\cos x\,dx$.

20. 1) $\int\limits_{-1}^0 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$; 2) $\int\limits_1^3 x\ln x\,dx$.

21. 1) $\int\limits_1^5 \frac{\sqrt{x-1}}{x}\,dx$; 2) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} x\cdot\operatorname{arctg} x\,dx$.

22. 1) $\int\limits_1^4 \frac{x\,dx}{\sqrt{2+4x}}$; 2) $\int\limits_0^{2\pi} x^2\cos x\,dx$.

23. 1) $\int\limits_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2}\,dx$;

24. 1) $\int\limits_1^9 x\cdot\sqrt[3]{1-x}\,dx$; 2) $\int\limits_0^{\pi} x\cdot\sin x\,dx$.

25. 1) $\int\limits_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}\,dx$;

2) $\int_0^1 x\, e^{-x}\, dx$.

2) $\int_\pi^0 x \cdot \cos x\, dx$.

26. 1) $\int_3^8 \frac{x\, dx}{\sqrt{x+1}}$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x\, dx$.

27. 1) $\int_0^5 x\sqrt{x+4}\, dx$; 2) $\int_0^1 \ln(x+5)\, dx$.

28. 1) $\int_1^6 \frac{x}{\sqrt{x+3}}\, dx$; 2) $\int_0^1 x\, e^{-x}\, dx$.

ЗАДАНИЕ 2. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1. 1) $y = 6x - x^2, \quad y = 0;$ 2) $y^2 = x^3, \quad x = 0, \quad y = 4.$

2. 1) $y = x^2 + 4x, \quad x - y + 4 = 0.$ 2) $x\, y = 6, \quad y = 7 - x.$

3. 1) $y = x^3, \quad y = x;$ 2) $y = x^2 - 6x + 10, \quad y = x.$

4. 1) $y = x^3, \quad y = 2x;$ 2) $x^2 = 9y, \quad x = 3y - 6.$

5. 1) $y^2 = 4x, \quad y = x;$ 2) $y = 2 - x^2, \quad y^3 = x^2.$

6. 1) $y^2 = 4x, \quad y = \frac{1}{4}x^2;$ 2) $x = 2 - y - y^2, \quad x = 0.$

7. 1) $3y = x^2, \quad 3x = y^2;$ 2) $y = 6x - x^2 - 5, \quad y = 0.$

8. 1) $y = x^2 - 3x, \quad y = 4 - 3x;$ 2) $y = x^2 - 5x + 6, \quad x = 0, \quad y = 0.$

9. 1) $y = 2x - x^2, \quad y = x;$ 2) $y^2 = x^3, \quad x = 0, \quad y = 1.$

10. 1) $y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = 4 - x;$ 2) $y^3 = x^2, \quad y = 1.$

11. 1) $x = y^2, \quad x = \frac{3}{4}y^2 + 1;$ 2) $y = \ln x, \quad x = e, \quad y = 0.$

12. 1) $y = x^2, \quad 2x - y + 3 = 0;$ 2) $x\,y = 6, \quad x = 1, \quad x = e, \quad y = 0.$

13. 1) $y = 4 - x^2, \quad y = 0;$ 2) $y^2 = 9x, \quad y = 3x.$

14. 1) $y = \frac{1}{2}x^2, \quad x + 2y - 6 = 0;$ 2) $y = x^2, \quad y^2 = x.$

15. 1) $4x = y^2, \quad 4y = x^2;$ 2) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3, \quad y = 1.$

16. 1) $y = x^2, \quad y = x + 2;$ 2) $x = 8y - y^2 - 7, \quad x = 0.$

17. 1) $y = 6x - x^2, \quad y = 0;$ 2) $y^2 = x^3, \quad x = 0, \quad y = 4.$

18. 1) $y = x^2 + 4x, \quad x - y + 4 = 0.$ 2) $x\,y = 6, \quad y = 7 - x.$

19. 1) $y = x^3, \quad y = x;$ 2) $y = x^2 - 6x + 10, \quad y = x.$

20. 1) $y = x^3, \quad y = 2x;$ 2) $x^2 = 9y, \quad x = 3y - 6.$

21. 1) $y^2 = 4x, \quad y = x;$ 2) $y = 2 - x^2, \quad y^3 = x^2.$

22. 1) $y^2 = 4x, \quad y = \frac{1}{4}x^2;$ 2) $x = 2 - y - y^2, \quad x = 0.$

23. 1) $3y = x^2, \quad 3x = y^2;$ 2) $y = 6x - x^2 - 5, \quad y = 0.$

24. 1) $y = x^2 - 3x, \quad y = 4 - 3x;$ 2) $y = x^2 - 5x + 6, \quad x = 0, \quad y = 0.$

25. 1) $y = 2x - x^2, \quad y = x;$ 2) $y^2 = x^3, \quad x = 0, \quad y = 1.$

26. 1) $y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = 4 - x;$ 2) $y^3 = x^2, \quad y = 1.$

27. 1) $x = y^2, \quad x = \frac{3}{4}y^2 + 1;$ 2) $y = \ln x, \quad x = e, \quad y = 0.$

28. 1) $y = x^2, \quad 2x - y + 3 = 0;$ 2) $x\,y = 6, \quad x = 1, \quad x = e, \quad y = 0.$

29. 1) $y = 4 - x^2, \quad y = 0;$ 2) $y^2 = 9x, \quad y = 3x.$

30. 1) $y = \frac{1}{2}x^2, \quad x + 2y - 6 = 0;$ 2) $y = x^2, \quad y^2 = x.$

ЗАДАНИЕ 3. Найти объемы тел, образованных вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями:

1. 1) $x\,y = 5, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 5;$ 2) $y^2 = x^3, \quad x = 1, \quad y = 0.$

2. 1) $y = 9 - x^2, \quad y = 0;$ 2) $2x + 3y - 6 = 0, \quad x = 0, \quad y = 0.$

3. 1) $y = 2x - x^2, \quad y = 0;$ 2) $x\,y = 2, \quad x = 2, \quad x = 4.$

4. 1) $y = \sqrt{5 - x}, \quad x = -5, \quad y = 0;$ 2) $y = x^2, \quad 2x - y + 3 = 0.$

5. 1) $y = e^x, \quad x = 0, \quad x = 1, \quad y = 0;$ 2) $y = x^2 - 9, \quad y = 0.$

6. 1) $y = \ln x, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2;$ 2) $y = 4x - x^2, \quad y = 0.$

7. 1) $y = -x^2 + 8, \quad y = x^2;$ 2) $x\,y = 4, \quad x = 1, \quad x = 4, \quad y = 0.$

8. 1) $2y^2 = x^3, \quad x = 4;$ 2) $y = e^x, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad x = 1.$

9. 1) $y^2 = 2x, \quad x = 3, \quad y = 0;$ 2) $y^2 = x^3, \quad y = 0, \quad x = 1.$

10. 1) $y^2 = 2x, \quad 2x = 3;$ 2) $y = 8x - x^2, \quad y = 0.$

11. 1) $y^2 = 9x, \quad y = 3x;$ 2) $x\,y = 1, \quad x = 1, \quad x = 5.$

12. 1) $y = \sin x, \quad x = 0, \quad x = \pi, \quad y = 0;$ 2) $y^2 = 4x, \quad x = 4, \quad y = 0.$

13. 1) $y = x^2 + 1, \quad y = 0, \quad x = -2, \quad x = 2;$ 2) $x\,y = 2, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2.$

14. 1) $x\,y = 4, \quad 2x + y - 6 = 0;$ 2) $y^2 = 2x, \quad x^2 = 2y.$

15. 1) $y = 3x - x^2, \quad y = 0;$ 2) $x\,y = 1, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 3.$

16. 1) $y = e^{2x}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1;$ 2) $5x + 3y - 15 = 0, \quad y = 0, \quad x = 0.$

17. 1) $x\,y = 5, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 5;$ 2) $y^2 = x^3, \quad x = 1, \quad y = 0.$

18. 1) $y = 9 - x^2, \quad y = 0;$ 2) $2x + 3y - 6 = 0, \quad x = 0, \quad y = 0.$

19. 1) $y = 2x - x^2, \quad y = 0;$ 2) $x\,y = 2, \quad x = 2, \quad x = 4.$

20. 1) $y=\sqrt{5-x}, \quad x=-5, \quad y=0;$ 2) $y=x^2, \quad 2x-y+3=0.$

21. 1) $y=e^x, \quad x=0, \quad x=1, \quad y=0;$ 2) $y=x^2-9, \quad y=0.$

22. 1) $y=\ln x, \quad y=0, \quad x=1, \quad x=2;$ 2) $y=4x-x^2, \quad y=0.$

23. 1) $y=-x^2+8, \quad y=x^2;$ 2) $x\,y=4, \quad x=1, \quad x=4, \quad y=0.$

24. 1) $2y^2=x^3, \quad x=4;$ 2) $y=e^x, \quad x=0, \quad y=0, \quad x=1.$

25. 1) $y^2=2x, \quad x=3, \quad y=0;$ 2) $y^2=x^3, \quad y=0, \quad x=1.$

26. 1) $y^2=2x, \quad 2x=3;$ 2) $y=8x-x^2, \quad y=0.$

27. 1) $y^2=9x, \quad y=3x;$ 2) $x\,y=1, \quad x=1, \quad x=5.$

28. 1) $y=\sin x, \quad x=0, \quad x=\pi, \quad y=0;$ 2) $y^2=4x, \quad x=4, \quad y=0.$

29. 1) $y=x^2+1, \quad y=0, \quad x=-2, \quad x=2;$ 2) $x\,y=2, \quad y=0, \quad x=1, \quad x=2.$

30. 1) $x\,y=4, \quad 2x+y-6=0;$ 2) $y^2=2x, \quad x^2=2y.$

Самостоятельна работа по теме «Численное дифференцирование»

Задание №1

Найти неопределенные интегралы: 1) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\left(2+3\sqrt{x}\right)}$ 2) $\int (2-x)e^{-2x}dx$

Решение:

Для нахождения интеграла $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\left(2+3\sqrt{x}\right)}$ применяем метод замены переменной.

Получим $t=\sqrt{x}$ тогда $x=t^2$ $dx=2t*dt$ найденные значения подставляем в интеграл

$y=\int \frac{2t*dt}{t(2+3t)}=2\int \frac{dt}{2+3t}=\frac{2}{3}\int \frac{d(2+3t)}{2+3t}=\frac{2}{3}\ln(2+3t)+C$ возвращаемся к x

$y=\frac{2}{3}\ln(2+3t)+C$

Ответ: $\frac{2}{3}\ln(2+3t)+C$.

Задание №2

Найти неопределенные интегралы: $\int (2-x)e^{-2x}dx$

Решение:

Для нахождения интеграла $\int (2-x)e^{-2x}dx$ воспользуемся методом интегрирования по частям.

Получим u=(2-x) dv=$e^{-2x}*dx$ находим du=-dx

$v=\int du=\int e^{-2x}dx=-\frac{1}{2}e^{-2x}+C$.

По формуле интегрирования по частям $y=\int u dv=\int v du$ получаем

$$y=(2-x)\left(-\frac{1}{2}e^{-2x}+C_1\right)-\int\left(-\frac{1}{2}e^{-2x}+C_1\right)(-dx)=-2\frac{1}{2}e^{-2x}+2C_1+x\frac{1}{2}e^{-2x}-C_1x+\frac{1}{2}\frac{1}{2}\int e^{-2x}d(-2x)-$$

$$-C_1\int(-dx)=(2-x)\left(-\frac{1}{2}e^{-2x}+C_1\right)+\frac{1}{4}e^{-2x}+C+C_1x=-\frac{1}{4}e^{-2x}+2C_1+x\frac{1}{2}e^{-2x}-C_1x+\frac{1}{4}e^{-2x}+$$

$$+C+C_1x=\frac{1}{2}xe^{-2x}+2C_1+C$$

Ответ: искомый интеграл равен $\frac{1}{2}xe^{-2x}+2C_1+C$.

Задание №3

Вычислить определенные интегралы: $\int_4^9 \frac{x}{\sqrt{x}+1}dx$

Решение:

Для вычисления интеграла y=$\int_4^9 \frac{x}{\sqrt{x}+1}dx$ применим замену переменной.

Примем $t=\sqrt{x};\left(\sqrt{x}\right)^2=t^2;x=t^2$ и dx=2t*dt. Если x=4, то t=2, если x=9, то t=3.

После замены переменной получаем $y=\int_2^3 \frac{t*2t*dt}{t+1}$

$$y=2\int_2^3\frac{t^2dt}{t+1}=2\int_2^3\frac{t^2-1+1}{t+1}dt=2\int_2^3\left(\frac{t^2-1}{t+1}+\frac{1}{t+1}\right)dt$$

$$y=2\int_2^3\left(\frac{(t+1)(t-1)}{t+1}+\frac{1}{t+1}\right)dt=2\int_2^3(t-1)dt+2\int_2^3\frac{dt}{t+1}=2\int_2^3(t-1)d(t-1)+2\int_2^3\frac{d(t+1)}{t+1}=$$

$$2\frac{1}{2}(t-1)^2\Big|_2^3+2\ln(t+1)\Big|_2^3=(3-1)^2-(2-1)^2+2\ln(3+1)-2\ln(2+1)$$

$$y=3+2\ln 4-2\ln 3=3+2\ln\frac{4}{3}$$

Ответ: $\int_4^9 \frac{x}{\sqrt{x}+1}dx=3+2\ln\frac{4}{3}$

Задание №4

Вычислить определенные интегралы: $\int_2^3 \frac{x^3-3}{x-1}dx$

Решение:

x^2-3 представим $x^3-1-2=(x-1)(x^2+x+1)-2$ тогда

$$\frac{x^3-3}{x-1}=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}-\frac{2}{x-1}=x^2+x+1-\frac{2}{x-1}$$

$$y=\int_2^3\left[(x^2+x+1)-\frac{2}{x-1}\right]dx=\int_2^3 x^2dx+\int_2^3 x*dx+\int_2^3 dx-\int_2^3\frac{2}{x-1}d(x-1)=\frac{1}{3}x^3\int_2^3+\frac{1}{2}x^2\int_2^3+x\int_2^3-2\ln|x-1|\int_2^3$$

$$y=\frac{1}{3}27-\frac{1}{3}8+\frac{1}{2}9-\frac{1}{2}4+3-2-2\ln|3-1|+2\ln 1$$

$$y=9-\frac{8}{3}+\frac{9}{2}-2+1-2\ln 2$$

$$y=8-\frac{8}{3}+\frac{9}{2}-2\ln 2=8+\frac{11}{6}-2\ln 2=\frac{59}{6}-2\ln 2$$

Ответ: $\int_2^3\frac{x^3-3}{x-1}dx=\frac{59}{6}-2\ln 2$.

Задание №5

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг осиОуфигуры, ограниченной линиями: $y=x^2$, $y=4x-x^2$, $y=0$.

Решение:

Для схематического построения фигуры ограниченной указанными линиями проведем анализ графиков $y=x^2$, $y=4x-x^2$.

Кривая $y_1=x^2$ является параболой с вершиной в начале координат, симметричной относительно оси ординат.

$y_2=4x-x^2$- так же парабола координату х вершины кривой y_2найдем из уравнения $y'_2=(4x-x^2)'=0$, 4-2х=0, $x'=2$. Ордината вершины определяется из $y_2(x')=4x'-x'^2$, $y'=4*2-2^2=4$, $y'=4$ координаты вершины А(2;4).

Точки пересечения кривой $y_1(x)$ с осью х определяется из о=4х-$x^2 = x(4-x)$.

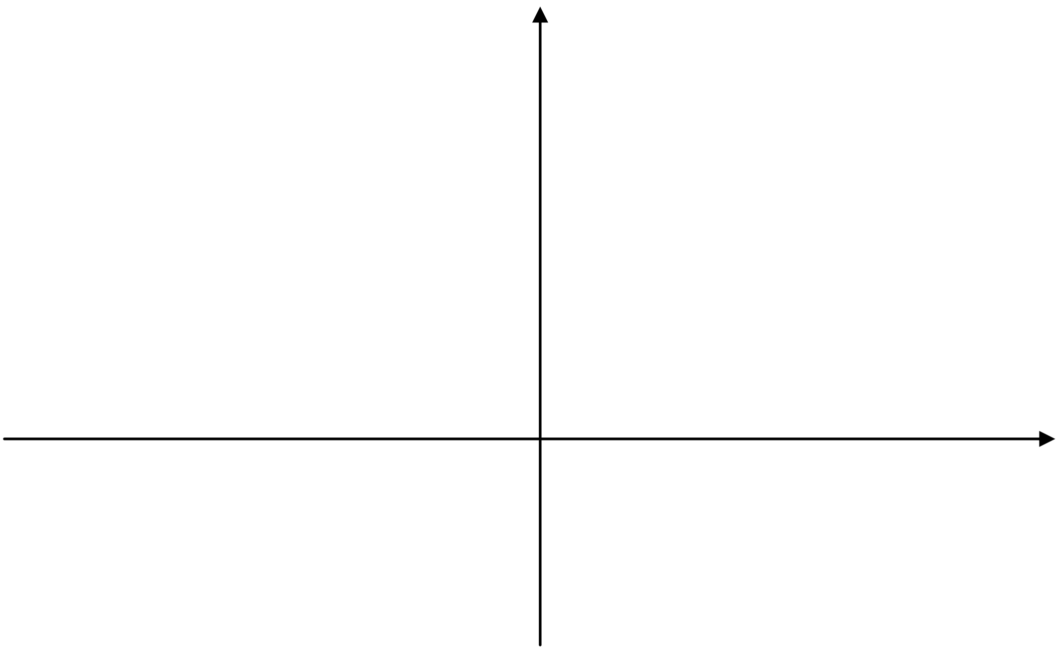
Две точки х=0 и х=4 то есть О(0;0) и В(4;0).

Общие точки пересечения кривых определяется из совместного решения уравнений $y = x^2$, $y_1 = 4x - x^2$,

$$x^2 = 4x - x^2$$
$$2x - x^2 = 0$$
$$x(2-x) = 0$$
$$x_1 = 0 u x_2 = 2$$

Таким образом, пересечение линий $y = x^2$ и $y_1 = 4x - x^2$ происходит в начале координат и в вершине параболы $y = 4x - x^2$ в точке А(2;4).

Из построенного графика определяем, что объем тела образуется вращением плоской фигуры вокруг оси Оу ограниченной с низу осью х справа кривой y_2 от точек А до В , слева линией y_1 от точки А до точки О то есть плоской фигуры ОАВ.



Задание №6

Пользуясь разложением подынтегральной функции в ряд Маклорена, вычислить интеграл $\int_0^{0,5} \ln(1+x)dx$ с точностью до 0,001. Вычислить этот же интеграл, используя формулу Ньютона-Лейбница.

Сравнить полученные результаты.

Решение:

Ряд Маклорена представлен формулой:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \frac{f^4(0)}{4!}x^4 + \frac{f^5(0)}{5!}x^5 + \frac{f^6(0)}{6!}x^6 + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + ...$$

В данном случае f(x)=ln(1+x).

При x=0 функция f(0)=ln(1+0), f(0)=ln1, а ln1=0 получаем f(0)=0.

Находим производные от функции f(x)=ln(1+x) и определяем их значения при x=0,

$$f^1(x) = \ln(1+x)^1 = \frac{1}{1+x} - при - x = f^1(0) = \frac{1}{1+0} = 1,$$

$$f^{11}(x) = \left(\frac{1}{1+x}\right)^1 = -\frac{1}{(1+x)}^2 - при - x = 0 \quad f^{11}(0) = -1,$$

$$f^{111}(x) = \left(-\frac{1}{(1+x)^2}\right)^1 = \left(-(1+x)^{-2}\right)^1 = -(-2)(1+x)^{-2-1},$$

$$f^{111}(x) = 2(1+x)^{-3} - при - x = 0 \;\; f^{111}(0) = 2*1^{-3} = \frac{2}{1^3} = 2,$$

$f^4(x) = \left(2(1=x)^{-3}\right)^1 = 2(-3)(1+x)^{-4}$ при x=0,

$$f^4(x) = 2(-3)(1+x)^{-4} = -6,$$

$$f^5(x) = \left(-6(1+x)^{-4}\right)^1 = -6(-4)(1+x)^{-5} - при - x = 0$$

$$f^5(0) = 24,$$

$$f^6(x) = \left[24(1+x)^{-5}\right]^1 = 24(-5)(1+x)^{-6} - при - x = 0$$

$$f^6(0) = 120.$$

Для ясности выпишем значения производных при x=0 значение f(0)^

$$f(0)=0,$$
$$f^{1}(0)=1,$$
$$f^{11}(0)=-1,$$
$$f^{111}(0)=2,$$
$$f^{4}(0)=-6,$$
$$f^{5}(0)=24,$$
$$f^{6}(0)=-120.$$

Эти значения подставим в формулу ряда Маклорена:

$$f(x)=\ln(1+x)=0+1*x+\frac{-1}{2!}x^2+\frac{2}{3!}x^3+\frac{-6}{4!}x^4+\frac{24}{5!}x^5+\frac{-120}{6!}x^6+....$$
$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{1*2}+\frac{2x^3}{1*2*3}-\frac{6x^4}{1*2*3*4}+\frac{24x^5}{1*2*3*4*5}-\frac{120x^6}{1*2*3*4*5*6}+...$$

Окончательно получаем разложение функции ln(1+x) так как остальные члены разложения от nи далее n+1 отброшены:

$$\ln(1=x)\approx x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}+...$$

Вычисляем интеграл:

$$\int_0^{0.5}\ln(1+x)dx=\int_0^{0.5}\left(x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}\right)dx=\int_0^{0.5}x*dx-\int_0^{0.5}\frac{x^2}{2}dx+\int_0^{0.5}\frac{x^3}{3}dx-\int_0^{0.5}\frac{x^4}{4}dx+$$
$$+\int_0^{0.5}\frac{x^5}{5}dx-\int_0^{0.5}\frac{x^6}{6}dx.$$

Вычислим каждый интеграл по отдельности:

$$\int_0^{0.5} x*dx = \frac{x^2}{2}\int_0^{0.5} = \frac{0.5^2}{2} - 0 = 0.125,$$

$$-\int_0^{0.5} \frac{x^2}{2}dx = -\frac{x^3}{3*2}\int_0^{0.5} = -\frac{0.5^3}{6} + 0 = -0.02083,$$

$$\int_0^{0.5} \frac{x^3}{3}dx = \frac{x^4}{4*3}\int_0^{0.5} = \frac{0.5^4}{12} - 0 = 0.0052083,$$

$$-\int_0^{0.5} \frac{x^4}{4}dx = -\frac{x^5}{5*4}\int_0^{0.5} = -\frac{0.5^5}{20} + 0 = -0.0015625,$$

$$\int_0^{0.5} \frac{x^5}{5}dx = \frac{x^6}{6*5}\int_0^{0.5} = \frac{0.5^6}{30} - 0 = 0.00052083,$$

$$-\int_0^{0.5} \frac{x^6}{6}dx = -\frac{x^7}{7*6}\int_0^{0.5} = -\frac{0.5^7}{42} + 0 = -0.000186011.$$

Заменим результаты вычисления вряд:

$$\int_0^{0,5} \ln(1+x)dx = 0.125 - 0.02083 + 0.0052083 - 0.0015625 + 0.00052083 - 0.00018611.$$

По условию задачи погрешность задана $|r_n| = 0.001$.

Для достижения заданной погрешности последние члены суммы ряда можно отбросить и первый отброшенный член ряда с которого отбрасываются все последующие остальные, будет пятый (ибо погрешность не превышает абсолютной величины первого отброшенного члена).

0,00052083<0.001

Окончательно

$$\int_0^{0,5} \ln(1+x)dx \approx 0.125 - 0.02083 + 0.0052083 - 0.0015625 = 0.1078158 \approx 0.1078,$$

а) $\int_0^{0,5} \ln(1+x)dx \approx 0.1078$.

Вычисляем этот же интеграл другим способом без разложения вряд по формуле Ньютона-Лейбница.

Дано $\int_0^{0,5} \ln(1+x)dx$.

Решение:

Применяем интегрирования по частям.

Пусть $u=\ln(1+x)dx; dv=dx$ тогда $du=\frac{dx}{1+1}$ v=x.

Применим формулу по частям получаем

$$\int_0^{0,5}\ln(1+x)dx = x*\ln(1+x)\int_0^{0.5} - \int_0^{0.5}\frac{x}{1+x}dx.$$

Для нахождения интеграла $\int_0^{0.5}\frac{x}{1+x}dx$ делаем подстановку 1+x=tтогда dx=dt, x=t-1 .

Находим новые пределы интегрирования: если x=0, то t=1; если x=0,5, то t=1.5

$$\int_1^{1,5}\frac{t-1}{t}dt = \int_1^{1.5}\left(1-\frac{1}{t}\right)dt = \int_1^{1.5}dt - \int_1^{1.5}\frac{dt}{t} = t\int_1^{1.5} - \ln t\int_1^{1.5} = 1.5-1-(\ln 1.5-\ln 1) = 0.5-\ln 1.5.$$

Вычислим $x\ln(1+x)\int_0^{0.5} = 0.5\ln 1.5 - 0 = 0.5\ln 1.5$ определяем значение интеграла

$$\int_0^{0.5}\ln(1+x)dx = 0.5\ln 1.5-(0.5-\ln 1.5) = 0.5\ln 1.5 - 0.5 - \ln 1.5 = 1.5\ln 1.5 - 0.5$$

$$\int_0^{0.5}\ln(1+x)dx = 1.5\ln 1.5 - 0.5 \approx 0.6081275 - 0.5 = 0.1081975$$

б) $\int_0^{0.5}\ln(1+x)dx \approx 0.1082$ с заданной погрешностью сравнивая результаты вычислений интегралов а и б получим 0,1082-0,1078=0,0004.

Ответ: При вычислении интеграла $\int_0^{0,5}\ln(1+x)dx$ методом приближенных вычислений получаем результат с данной точностью: y=0,1078.

При вычислении интеграла по формуле Ньютона-Лейбница получаем результат y=0,1082.

Расхождения составляет $\wedge = 0,0004$.

Точный без погрешностей результат $\int_0^{0.5}\ln(1+x)dx = 1.5\ln 1.5 - 0.5$.

Задача №1

Условия :

В группе первенства по баскетболу участвуют 18 команд, из которых случайным образом формируются две группы по 9 команд в каждой. Среди участников соревнований имеется 5 команд экстра-класса. Найти вероятность следующих событий: а) все команды экстра-класса попадут в одну и ту же группу; б) две команды экстра-класса попадут в одну из групп, а три в другую?

Решение:

А) Согласно формуле упорядочного разбиения найдем:

$\underline{\quad n! \quad} \qquad \underline{\ 18!\ }$

$n = n_1! \times n_2! \times \ldots n_m! = \quad 9!9! = 48620$

$\underline{2} \quad \underline{\ 2\ }$

$P = n = 48620 = 0.0000411$

Б) решаем сочетанием:

$\underline{2 \times C_5^5} = 8,46$

$C_{18}^9 C_{18}^9$

$\underline{2 \times C_5^3} = 8,46$

$C_{18}^9 C_{18}^9$

Задача №2

Условия : В двух ящиках находится носки , отличающиеся только цветом, причем в первом ящике белых носков, 11 черных и 8 красных, а во втором соответственно 10,8 и 6. Из каждого ящика наудачу извлекается по одному носку.какова вероятность того, что оба носка окажутся одного цвета?

Решение:

А) найдем вероятность для черных носков?

в первом ящике-$P_1 = \frac{11}{19}$

во втором ящике- $P_2 = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

по двум ящикам-$P_ч = \frac{11}{12} + \frac{1}{3} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1{,}25$

Б) белые $P = 0$

В) найдем вероятность для красных?

в первом ящике- $P_1 = \frac{8}{19}$

во втором ящике- $P_2 = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

по двум ящикам-$P_к = \frac{8}{19} + \frac{1}{4} = \frac{51}{76} = 0{,}66$

$0 + 1{,}25 + 0{,}66 = 1{,}91$

Задача №3

Условия : Пусть в коробке есть 3 новых и 3 уже использованных теннисных мяча. Для первой игры наудачу берут из коробки 2 мяча и затем их возвращают в коробку. Какова вероятность для второй игры из этой коробки наудачу вынуть два новых мяча?

Решение:

P(H1- оба мяча не играные)= $\frac{C_3^2}{C_6^2}$ = 0,2

P(H2- оба мяча играные)= $\frac{C_3^2}{C_6^2}$ = 0,2

P(H3- один игранный, один не играный)= $\frac{C_3^1 C_3^1}{C_6^2}$ = 0,6

1. P1= 0

2)P2= $\frac{C_3^2}{C_6^2}$ = 0,2

3) P3= $\frac{C_2^2}{C_6^2}$ = 0,06

P= (H1)P1+P(H2)P2+P(.H3)P3= 0,2x0+0,2x0,2+0,6x0,06=0,076

Задача №4

Условия : Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из шести телевизоров: а) не более одного потребует ремонта; б) хотя бы один потребует ремонта.

Решение:

1. А=(будут отремонтированы не более 1 телевизора)

   Р=0,2 q=1-p=0,8 n=6

   $P_6(m\leq1)=P_6(0)+P_6(1)=C_6^0 \times 0{,}2^0 \times 0{,}8^6 + C_6^1 \times 0{,}2^1 \times 0{,}8^5 = 0{,}55$

   2)А=(будут отремонтированы хотябы 1 телевизор)

   $P_6(m=1)=1-(P_6(0)+P_6(1))=1-(0{,}15+0{,}39)=0{,}46$

Задача №5

Условия : Вероятность появления события А в каждом из 900 независимых испытаний равна0,8 . Найти вероятность того, что событие А произойдет: а) ровно 700 раз; б) не менее 710 раз и не более 740 раз.

Решение:

m=700 n=900 p=0,8 q=0,2

pn= 0,8x900=720-

«Элементы теории вероятностей»

Вариант №1

1. Как обозначаются перестановки с повторением?

а) P_n ; б) A_n; в) $\bar{P}_n$; г) $\bar{A}_n$.

2. Допишите правую часть формул:

а) $\bar{A}_n^k = \dots$ (размещение с повторением);

б) $\tilde{N}_n^k = \dots$ (сочетание без повторений).

3.Сколькими способами можно обозначить вершины данного

треугольника, используя буквы А, В, С, Д , Е ?

4. Чему равно $\tilde{N}^{3}$? а) -56 ; б) 56 ; в) -57 ; г) 57 .

5. Вычислить: а) $\bar{A}^{4}$; б) $\frac{7!-6!}{5!}$.

6. Найти значение выражения: $\frac{\grave{A}^{3}}{\text{Ð}}+\frac{\grave{A}^{6}_{11}}{11\text{Ð}}$

Вариант №2

1. Как обозначаются перестановки без повторений?

а) $\bar{P}$; б) P_n ; в) $\bar{A}$; г) A_n.

2. Допишите правую часть формул:

а) $\text{Ð} = \ldots$ (перестановки без повторений);

б) $A^{\cdot} = \ldots$ (размешение без повторений).

3.Сколькими способами можно обозначить вершины данного

четырехугольника, используя буквы А, В, С, Д, Е, К ?

4. Чему равно $\tilde{N}^{2}$? а) -15 ; б) 15 ; в) 16 ; г) -16 .

5. Вычислить: а) $\bar{A}^{3}$; б) $\frac{5!-4!}{2!}$.

6. Найти значение выражения: $\frac{\grave{A}^{5}}{12\text{Ð}}-\frac{\grave{A}^{3}}{\text{Ð}}$

Вариант №1

1. а) - ; б) - ; в) + ; г) - .

2. а) $\bar{A}^{n} = m^{n}$; б) $\tilde{N}^{n} = \frac{m!}{(m-n)!n!}$.

3. Используем формулу размещения без повторений:

$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Ответ: 60

4. Используем формулу сочетания без повторений:

$$C_8^3 = \frac{8!}{(8-3)! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 4 \cdot 2 \cdot 7 = 56$$

Ответ: а) - ; б) + ;в) - ; г) - .

5. а) Используем формулу размещения с повторением:

$\bar{A}_6^4 = 6^4 = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$;

б) $\frac{7! - 6!}{5!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1(7-1)}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6 \cdot 6 = 36$

6. Найдем значение выражения:

$$\frac{A_6^3}{P_4} + \frac{A_{11}^6}{11 P_6} = \frac{\frac{6!}{3!}}{4!} + \frac{\frac{11!}{5!}}{11 \cdot 6!} = \frac{6!}{3! \cdot 4!} + \frac{11!}{5! \cdot 11 \cdot 6!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 11 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$

$$= 5 + 42 = 47$$

Ответ: 47

Вариант №2

1. а) - ; б) + ; в) - ; г) - .

2. а) $P_n = n!$; б) $A_m^n = m(m-1)(m-2) \ldots (m-(n-1))$

3. Используем формулу размещения без повторений:

$\grave{A}_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

Ответ: 120

4. Используем формулу сочетания без повторений:

$$\tilde{N}_6^2 = \frac{6!}{(6-2)! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{6 \cdot 5}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

Ответ: а) - ; б) + ;в) - ; г) - .

5.а) Используем формулу размещения с повторением:

$\bar{A}_7^3 = 7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$;

б) $\frac{5! - 4!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1(5-1)}{2 \cdot 1} = 4 \cdot 3 \cdot 4 = 48$

6.Найдем значение выражения:

$$\frac{\grave{A}_{12}^5}{12\,\text{Đ}_5} - \frac{\grave{A}_6^3}{\text{Đ}_4} = \frac{\frac{12!}{7!}}{12 \cdot 5!} - \frac{\frac{6!}{3!}}{4!} = \frac{12!}{7! \cdot 12 \cdot 5!} - \frac{6!}{3! \cdot 4!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{12 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} - \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$

$= 11 \cdot 2 \cdot 3 - 5 = 66 - 5 = 61$

Ответ: 61